ИНГГ СО РАН

Исследование эффекта масштаба при оценке анизотропии аддитивных и неаддитивных свойств микрокернов

ДОБРОЛЮБОВА Д. В., МАРКОВ С. И., КУТИЩЕВА А. Ю.

ИНСТИТУТ НЕФТЕГАЗОВОЙ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ ИМ. А. А. ТРОФИМУКА СО РАН

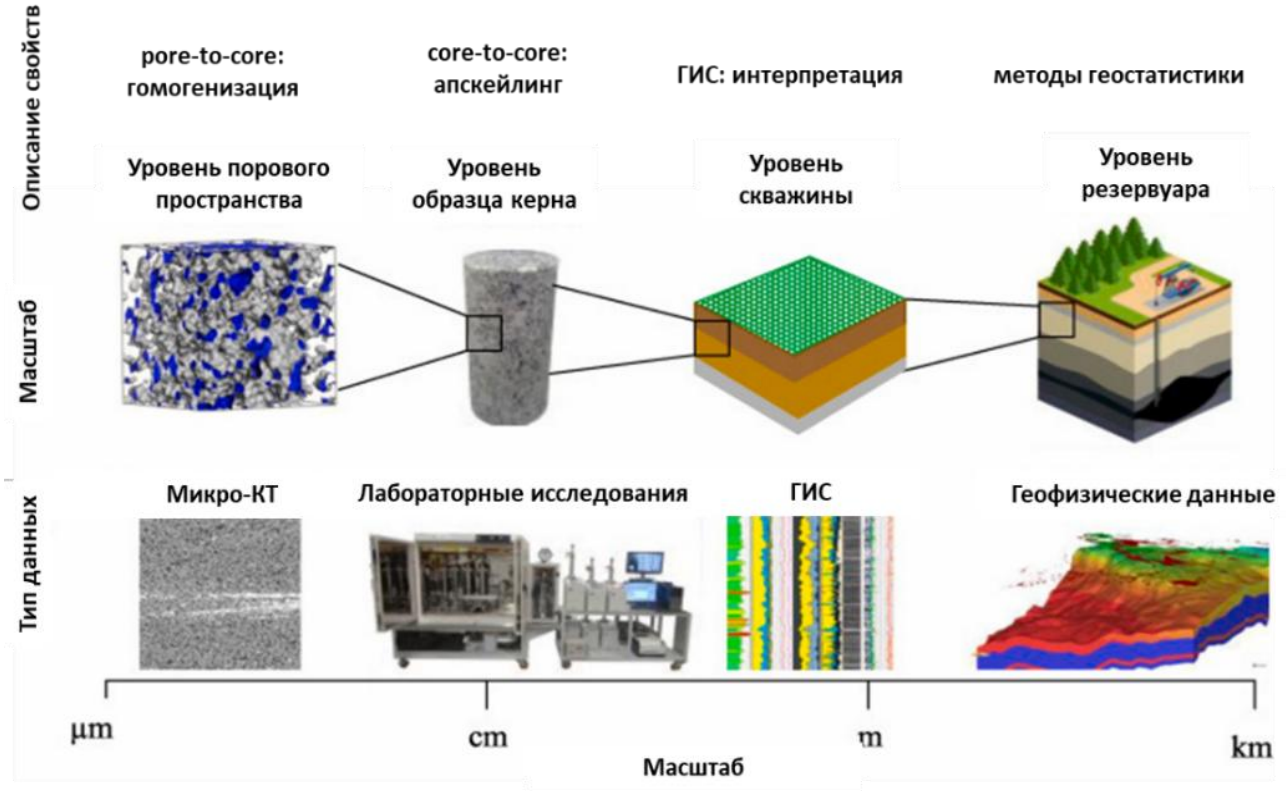
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

VII Всероссийская конференция с международным участием Цифровые технологии будущего в науках о Земле — современные решения ITES-2025 г. Владивосток (Россия), 22-26 сентября 2025 г.

Многомасштабная природа геологических сред

Цифровой керн – виртуальный двойник образца горной породы

- снижает необходимость в физическом хранении большого объема керна и может ускорить процесс анализа
- позволяет выполнять многофизичное моделирование с условиями, не воспроизводимыми в лаборатории
- ограничение разрешения: поры < 1мкм требуют применения нанотомографии, либо комплексирования с FIB-SEM
- большой объем данных: изображения в градациях серого содержат в среднем 2000^3 вокселей
- апскейлинг «керн-керн», проблема представительного объема



Мотивация

1. **Проблема вычислительных затрат:**
    1. Высокодетальные дискретные модели пород, построенные по данным μКТ, характеризуются чрезвычайно большим размером.
    2. Прямое моделирование на таких моделях требует значительных вычислительных ресурсов.

2. **Проблема репрезентативности (Эффект масштаба):**
    1. Стандартная практика — моделирование на небольших субобъемах (REV — Representative Elementary Volume).
    2. **Ключевая проблема:** Размер REV, достаточный для корректного определения свойств, **не является универсальным, он различен для разных физических свойств**.

Цель:

- **Разработать алгоритмы** адаптированных симплициальных дискретизаций для конечноэлементной дискретизации математических моделей многофизичных процессов в многомасштабных средах с существенной экономией вычислительных ресурсов, но с достаточной точностью воспроизведения изучаемых объектов;
- **Системно исследовать проявление эффекта масштаба** для различных физических свойств на примере эталонного песчаника Bentheimer

Методы математического моделирования физических процессов на цифровом керне

Pore-Network Modeling (Моделирование на pore-network)

•**Суть метода**: Упрощенное представление сложной поровой сети в виде сети графа с порами-узлами и ребрами-каналами.

•**Плюсы**:

- Высокая вычислительная эффективность.
- Позволяет моделировать многокомпонентные системы.

•**Минусы**:

- **Не подходит для многофизичного моделирования** (например, гидромеханики).
- Потеря геометрической детальности порового пространства.

Lattice Boltzmann Method (LBM, Метод решеточных уравнений Больцмана)

•**Суть метода**: Мезоскопическое моделирование на основе кинетической теории.

•**Плюсы**:

- Высокая эффективность на сложных геометриях (пористые среды).

•**Минусы**:

- **Специализирован в основном для гидродинамики.** Сложно адаптировать для других задач (упругость, перенос).

Сеточные методы:

Метод конечных разностей (МКР) / Метод конечных объемов (МКО)

•**На воксельной сетке**: Простота построения сетки напрямую с КТ-снимков.

•**Ключевая проблема ("ступеньки")**:

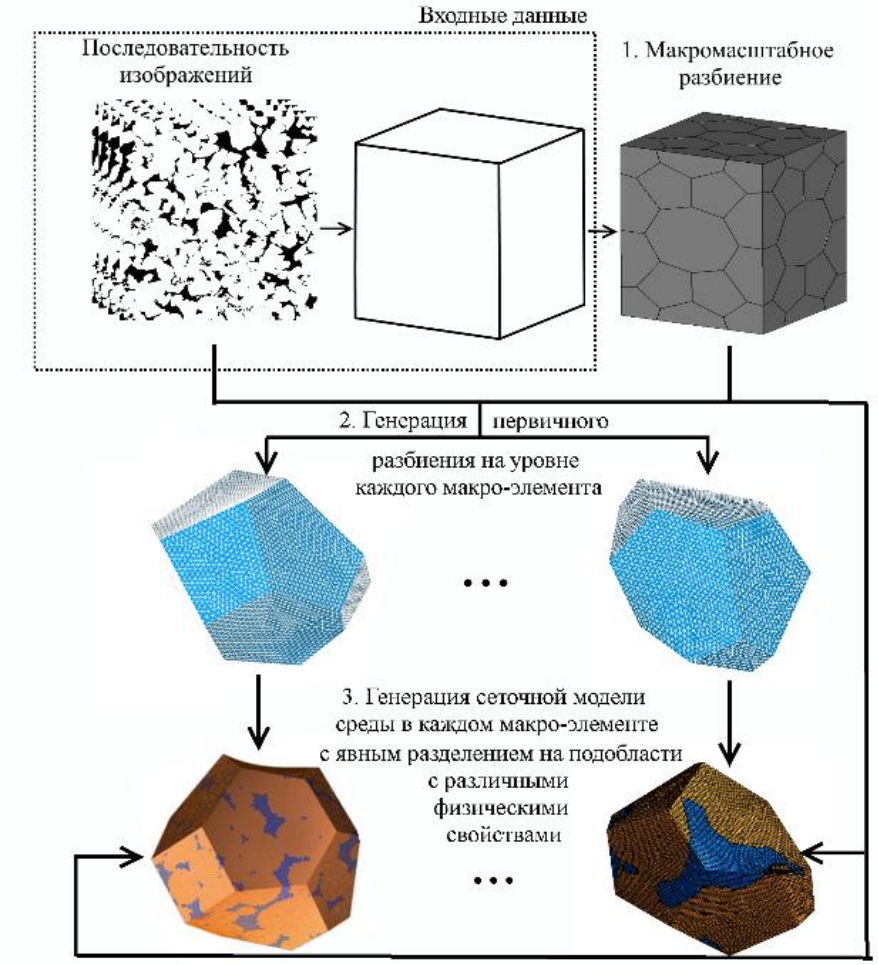
- Низкая точность аппроксимации сложных границ раздела фаз и минералов.
- **Огромное число элементов**.

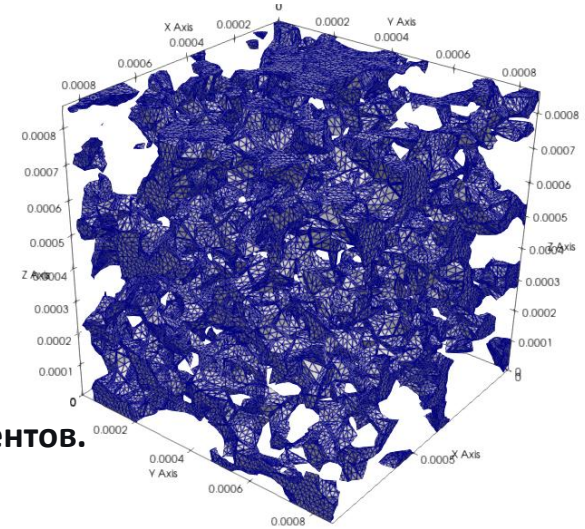
Метод конечных элементов (МКЭ)

•**На воксельной сетке**: моделирование на образцах более 500-700 вокселей практически невозможно.

•**На симплициальных сетках** (тетраэдры): гладкая аппроксимация границ, сокращение размера сеточной модели

Алгоритм построения сеточной модели





Гладкое описание границ раздела.

- Исключение артефактов ступенчатости ("staircase effect"), присущих регулярным сеткам.

Адаптивная триангуляция поверхности.

- Локальное сгущение сетки в зонах сложной геометрии (например, узкие поровые каналы).

Значительное сокращение количества элементов.

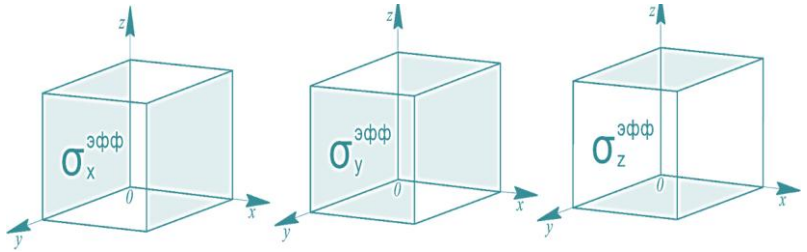
- Замена миллардов вокселей на компактную сетку с сохранением разрешающей способности.
- Снижение вычислительной нагрузки на этапе решения систем уравнений.

Единая основа для многофизичного моделирования.

- Иерархические сеточные модели ориентированы на применение в современных модификациях МКЭ для решения многомасштабных задач.
- Возможность моделирования различных физических процессов на одной сетке

Общий алгоритм вычисления эффективных характеристик

1.Прямая задача: моделирование распределения физического поля в гетерогенном (исходном) образце под действием некоторого внешнего воздействия.
2.Псевдообратная задача: вычисление эффективной характеристики.

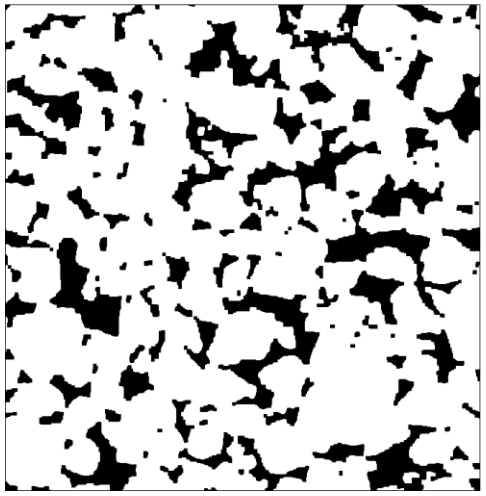


Математическая модель	Физические поля	Эффективная характеристика
$-div(\sigma * grad(U_i)) = 0 \text{ in } \Omega,$ $U_i(i = i_{\min}) = U_{i0},$ $U_i(i = i_{\max}) = U_{i1},$ $\sigma \frac{\partial U_i}{\partial \mathbf{n}} (\partial\Omega \setminus (i_{\min} \cup i_{\max})) = 0$ стационарное электрическое поле	1. Скалярное поле электрического потенциала U, В 2. Векторная напряженность электрического поля **E**, В/м	Электрическая проводимость $\sigma^{eff} = \frac{I^{total} L}{S \Delta U}$ S – площадь поверхности, м²; L – линейный размер образца в направлении тока, м
$-\nabla \cdot \left(\mathbf{D}(\mathbf{x}) : \nabla_s \mathbf{U}_q\right) = 0 \text{ on } \Omega,$ $\mathbf{U}_q\big\|_{\partial\Omega} = \xi_q(\mathbf{x}),$ упругая деформация	1. Векторное поле перемещений, **U** (м) 2. Тензор деформаций, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 3. Тензор напряжений, **σ** (Па)	Тензор упругости $d^{eff}_{ijkp} = \frac{1}{\left(1 + 3\delta_{ijkp}\right)\beta^2 \left\|\Omega^{RVE}_{eff}\right\|} \int_{\Omega^{RVE}} \boldsymbol{\varepsilon}^{(ij)} : \mathbf{D}^{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(kp)} \, d\mathbf{x}$
Задача Стокса $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0},\ \nabla \cdot \mathbf{v} = 0,$ $\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu\left(\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T\right)$ μ – динамическая вязкость, Па·с **I** – шаровой единичный тензор; **n** – вектор внешней нормали	$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}\big\|_{\partial\Omega_{inlet}} = -p_{inlet}\mathbf{I},$ $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}\big\|_{\partial\Omega_{outlet}} = -p_{outlet}\mathbf{I},$ $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}\big\|_{\partial\Omega_{\alpha\beta}} = \mathbf{0}$	1. Векторное поле скоростей, **v** (м/с) 2. Скалярное поле давления, p (Па)	Абсолютная проницаемость $k = -\mu \frac{Q}{S} \frac{L}{\left\|p_{inlet} - p_{outlet}\right\|}$ Q – объёмный расход флюида, м³/с; S – площадь поверхности фильтрации, м²; L – линейный размер образца в направлении потока, м

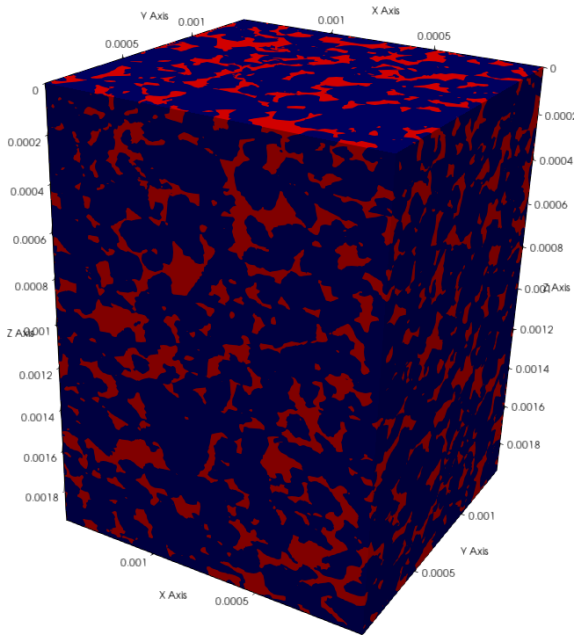
Описание вычислительного эксперимента

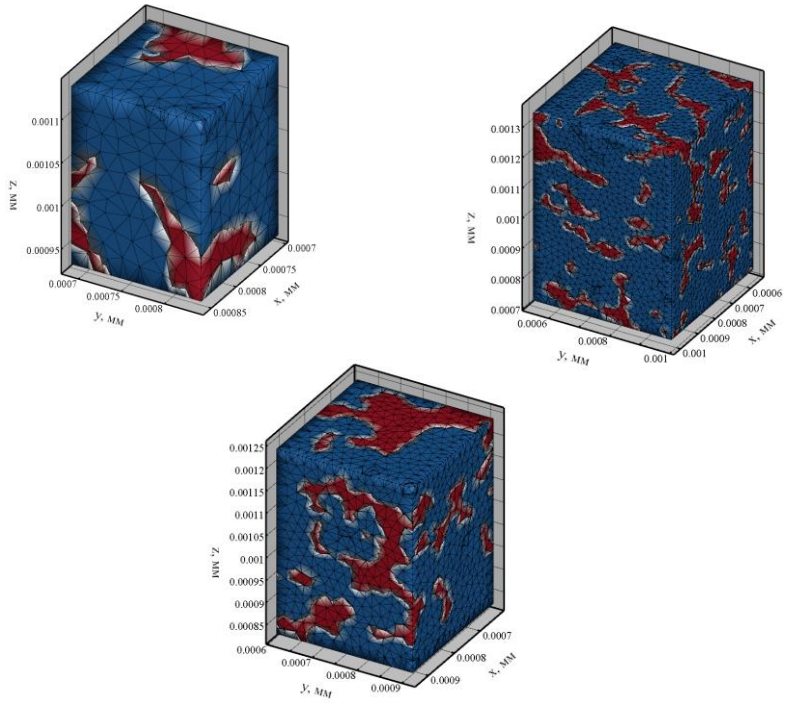
Образец песчаника Bentheimer, пористость 23%, представлен набором сегментированных изображений 1000x1000x1000 с шагом сканирования 2.25мкм.

Из центральной части исходного образца последовательно вырезались подобразцы с изменением относительного линейного размера на 10%



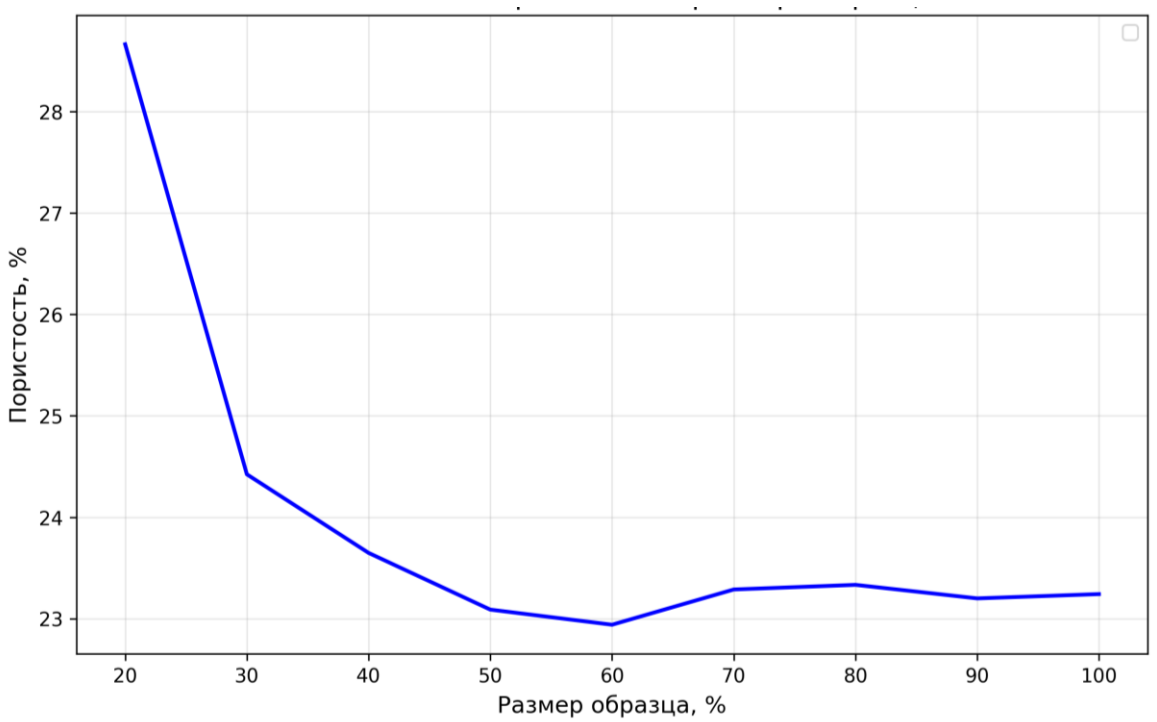
Скан 460

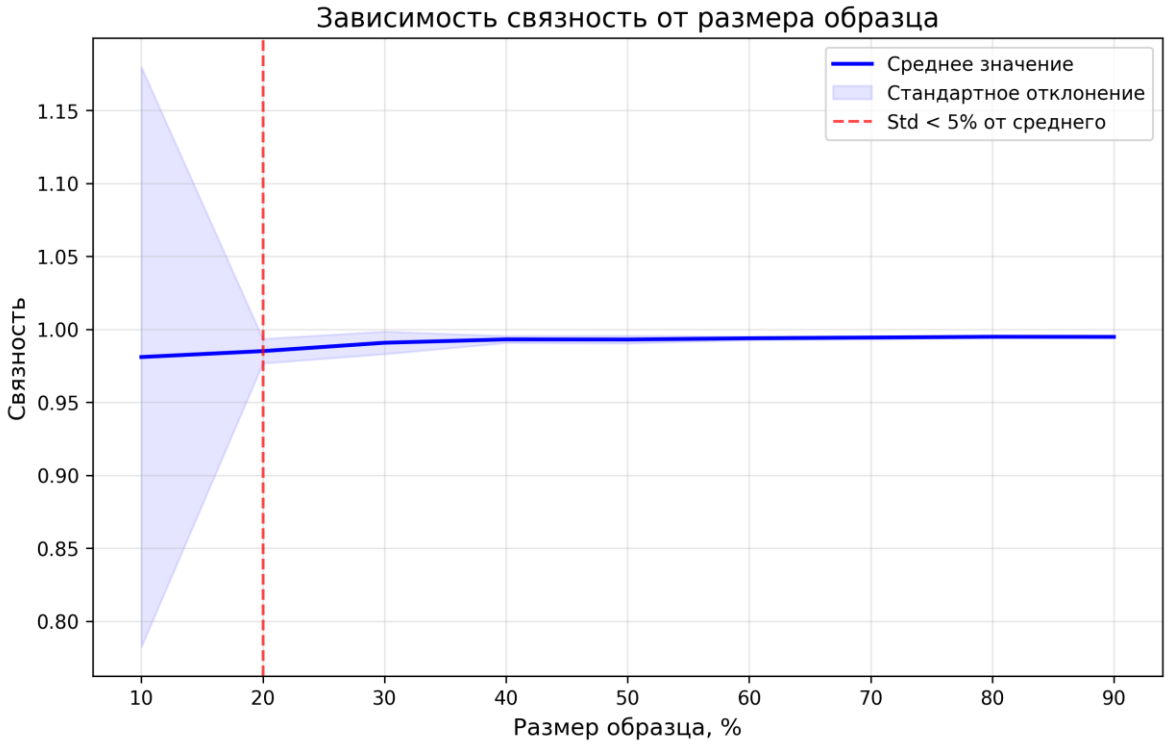




Результаты вычислительного эксперимента

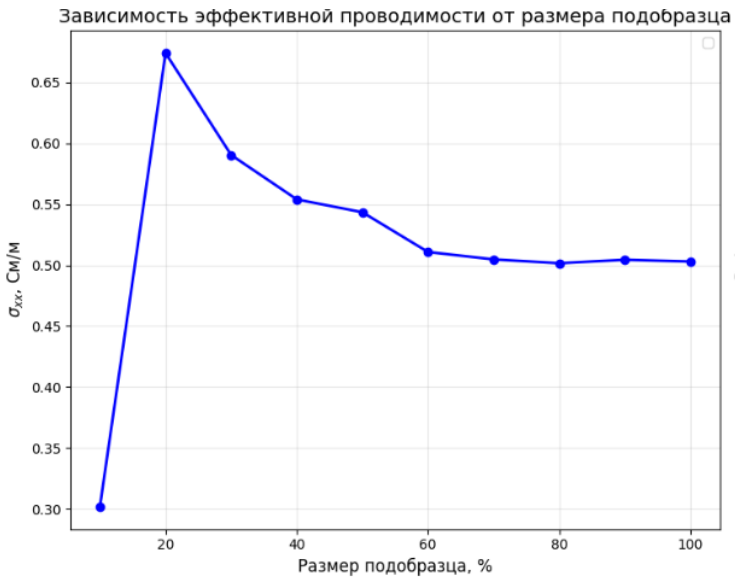
Пористость и коэффициент связности порового пространства

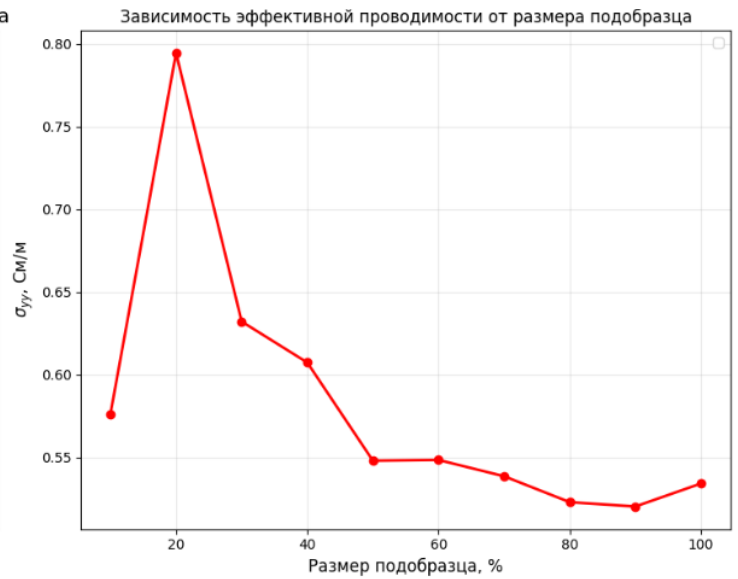


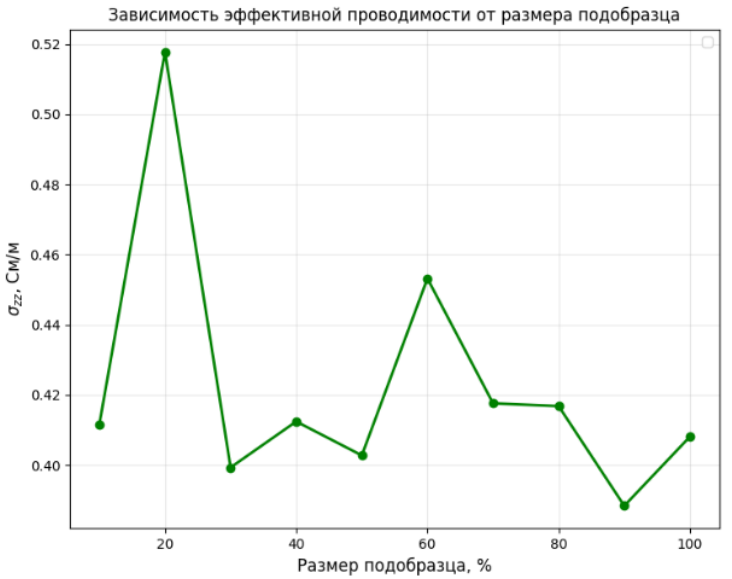


$$\Gamma_V = \frac{1}{mes^2\left(\bigcup_{i=1}^{N} K_i\right)} \sum_{k=1}^{Q} \left(\sum_{j=1}^{M_k} mes^2\left(K_j\right) \right)$$

Результаты вычислительного эксперимента



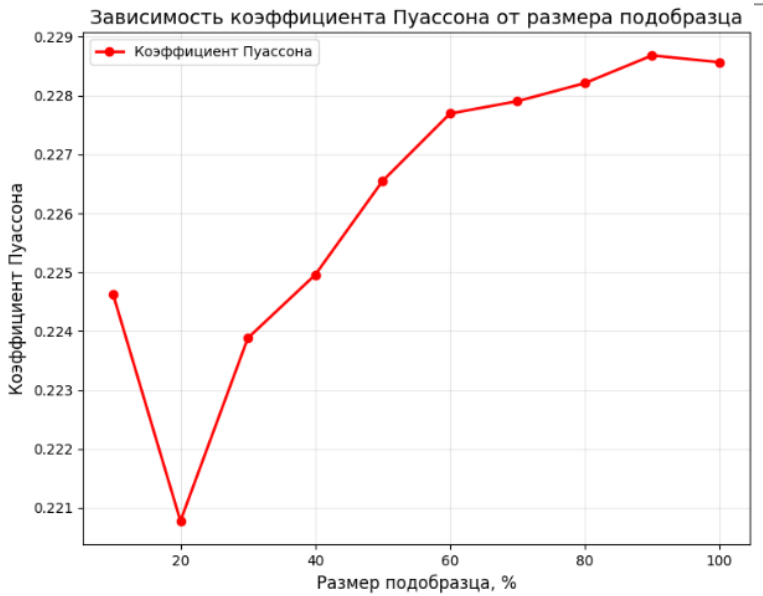


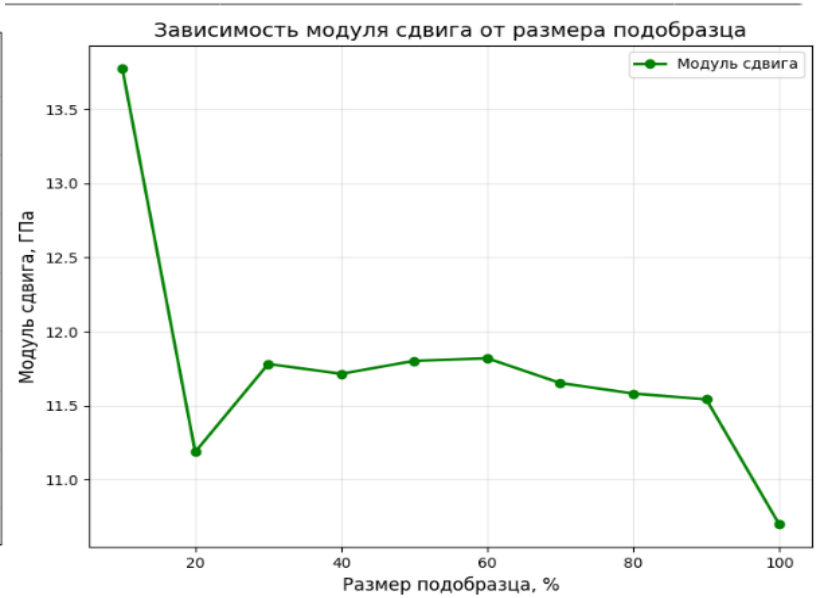


Относительный линейный размер, %	σx, См/м	σy, См/м	σz, См/м	Коэффициент анизотропии
10	0.30	0.58	0.41	1.91
20	0.67	0.79	0.52	1.53
30	0.59	0.63	0.40	1.58
40	0.55	0.61	0.41	1.47
50	0.54	0.55	0.40	1.36
60	0.51	0.55	0.45	1.21
70	0.50	0.54	0.42	1.29
80	0.50	0.52	0.42	1.25
90	0.50	0.52	0.39	1.34
100	0.50	0.53	0.41	1.29

При достижении относительного линейного размера 60% компоненты xx и yy тензора эффективной проводимости стабилизируется, однако, для компоненты zz стабилизации не происходит. Коэффициент анизотропии также не стабилизируется, что говорит о том, что при исследовании подобразцов нельзя однозначно судить об анизотропии проводимости рассмотренного образца.

Результаты вычислительного эксперимента





При достижении относительного линейного размера 20% модуль сдвига и модуль Юнга стабилизируются, дальнейшее их изменение находится в пределах 1.5%, однако, для полного образца значения изменяются до 8%. Коэффициент Пуассона стабилизируется при достижении относительного линейного размера 50% от исходного образца.

Коэффициент анизотропии Хилла для всех рассмотренных подобразцов практически равен 1, однако несколько снижается для полного образца.

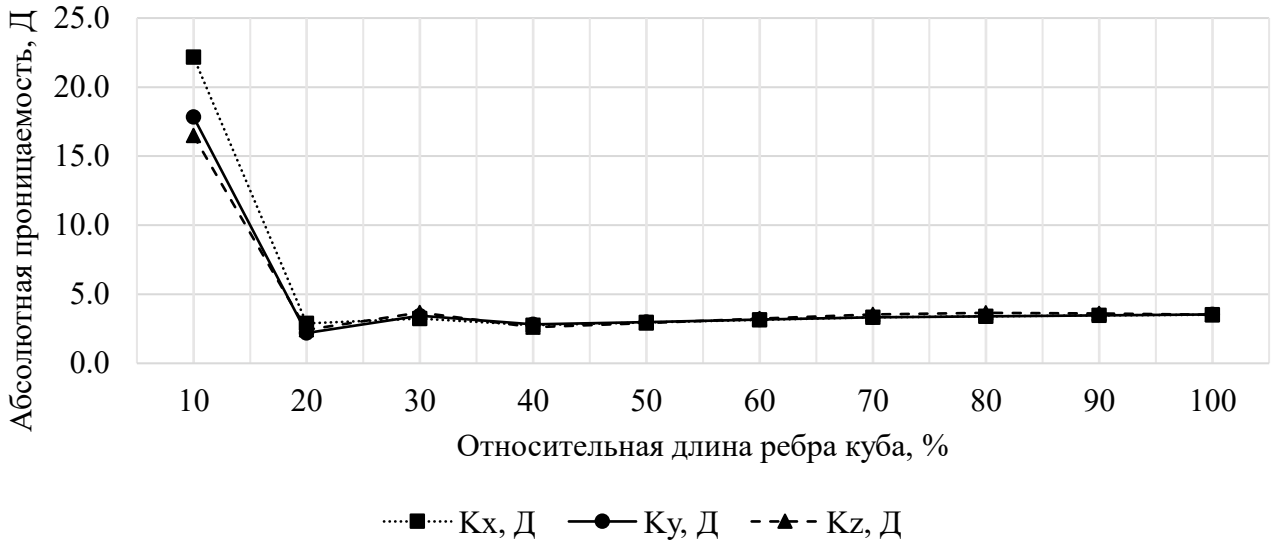
Относительный линейный размер, %	E, ГПа	υ	G, ГПа	Коэффициент анизотропии
10	33.75	0.22	13.78	0.98
20	27.31	0.22	11.19	0.98
30	28.84	0.22	11.78	1.00
40	28.70	0.26	11.71	0.99
50	28.95	0.23	11.80	0.99
60	29.02	0.23	11.82	0.99
70	28.61	0.23	11.65	0.99
80	28.45	0.23	11.58	0.99
90	28.63	0.23	11.54	1.00
100	26.28	0.23	10.70	0.96

Результаты вычислительного эксперимента

Абсолютная проницаемость

- Флюид – вода с динамической вязкостью 1 мПа·с, давление на входе 130 КПа, на выходе 100 КПа

Относительный линейный размер, %	Kx, Д	Ky, Д	Kz, Д	Коэффициент анизотропии
10	22.18	17.83	16.48	1.16
20	2.88	2.19	2.43	1.15
30	3.25	3.44	3.68	1.06
40	2.76	2.82	2.605	1.04
50	2.95	2.99	2.92	1.01
60	3.14	3.16	3.23	1.01
70	3.33	3.33	3.54	1.03
80	3.39	3.4	3.66	1.04
90	3.46	3.47	3.6	1.02
100	3.52	3.55	3.53	1.00

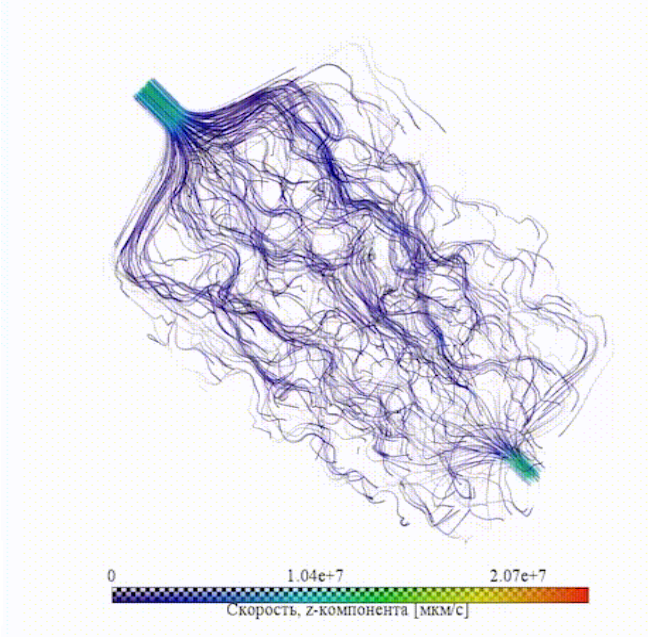


При достижении относительного линейного размера 20% формируется кластерная структура связных пор и каналов, которые определяют основной вклад в объёмный расход используемого флюида. Существенная анизотропия абсолютной проницаемости при относительном линейном размере менее 20 % объясняется нарушением принципов теории сплошных сред (поры и образец почти соизмеримы)

Анализ вычислительных затрат и погрешность

- Результаты сравнивались с эталонными значениями коэффициентов абсолютной проницаемости, которые были вычислены в программном комплексе Avizo 2019.1

Относительный линейный размер, %	δKx, %	δKy, %	δKz, %	Число тетраэдров в сетке	Размер СЛАУ	Время решения задачи, ч
10	530.72	402.80	367.21	1672	13076	0.1
20	17.99	38.12	31.23	14789	110110	0.95
30	7.64	3.00	4.31	45824	340732	1.2
40	21.51	20.49	26.16	103808	769563	2.3
50	16.11	15.69	17.23	197985	1461962	5.7
60	10.71	10.90	8.44	337858	2490942	7.1
70	5.30	6.10	0.35	536904	3951174	8.5
80	3.60	4.13	3.75	787175	5780822	10.0
90	1.61	2.16	2.05	1104056	8100653	13.7
100	0.1	0.2	0.2	1656398	12108280	16.3



Основное преимущество предлагаемого подхода заключается в применении адаптированных симплициальных сеточных аппроксимаций геометрических моделей сред со сложными внутренними границами. Такой подход позволяет существенно сократить расход вычислительных ресурсов.

В программном комплексе Avizo применяется воксельная сеточная модель, число элементов которой для полномасштабной модели образца 1000^3. Время решения прямой задачи составило более 5 суток с расходом оперативной памяти > 100 Гб.

Заключение

Проведенное исследование наглядно демонстрирует существенное влияние масштабного эффекта на результаты численного моделирования физических свойств гетерогенных сред на примере песчаника Bentheimer.

Электрофизические свойства (эффективная проводимость)
Результаты показали, что компоненты тензора эффективной проводимости стабилизируются неоднородно: компоненты XX и YY стабилизируются при достижении 60% от размера полного образца, в то время как компонента ZZ не показывает стабилизации. Это указывает на то, что оценка анизотропии электропроводности по малым подобразцам является некорректной и может приводить к существенным ошибкам.

Механические свойства (упругость)
Механические характеристики демонстрируют различное поведение: модуль сдвига и модуль Юнга стабилизируются уже при относительном размере 20%, тогда как для стабилизации коэффициента Пуассона требуется размер 50%. При этом расчет для полного образца показывает отклонения до 8%, что подчеркивает необходимость использования репрезентативных объемов.

Фильтрационные характеристики (абсолютная проницаемость)
При оценке коэффициентов абсолютной проницаемости эффект масштаба оказывает существенное влияние на связность порового пространства и эффективную пористость. При сохранении связности порового пространства может уменьшаться эффективная пористость вследствие блокирования путей течения флюида каналами и порами меньшего размера, что приводит к уменьшению абсолютной проницаемости подобразцов. При увеличении относительного линейного размера подобразцов формируется кластер связных пор с максимальным объёмным расходом флюида при его фильтрации, и наблюдается стабилизация эффективной оценки коэффициента абсолютной проницаемости.

Репрезентативный элементарный объем (REV) **не является универсальным параметром**.

Его размер **критически зависит от конкретного физического свойства**. Таким образом, стандартная практика работы с малыми подобразцами требует строгого предварительного анализа для каждого типа породы и каждой решаемой физической задачи. Разработанный подход на основе симплициальных сеток позволяет эффективно проводить такой анализ, обеспечивая достоверный прогноз свойств коллекторов.